

基于压力角的摆线针轮齿廓曲线优化方法^{*}

OPTIMIZATION METHOD OF CYCLOIDAL PIN GEAR TOOTH PROFILE CURVE BASED ON PRESSURE ANGLE

李有堂^{**} 董浩楠^{***}

(兰州理工大学机电工程学院, 兰州 730500)

LI YouTang DONG HaoNan

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology,
Lanzhou 730500, China)

摘要 根据摆线针轮传动理论,提出一种基于压力角的齿廓优化方法。将摆线针轮齿廓分为工作段与非工作段,区分影响工作段压力角的因素为修形参数与设计参数,讨论两类参数对压力角的影响,以此两类参数为设计变量,以工作段平均压力角为目标函数,以运动与润滑要求确定边界条件,对 RV-550E 型减速器摆线针轮进行优化设计。结果表明,此方法使算例的工作段平均压力角降低了 4.14%,使单齿啮合过程的压力角最大值降低了 1.35%,优化前后接触齿对最大 Mises 应力下降了 20.77%,发生位置由摆线轮转移至针轮,模型质量减小了 9.38%,在确保无根切现象的同时能获得良好的组合修形效果。

关键词 摆线针轮 压力角 齿廓曲线优化 遗传算法 RV 减速器 有限元分析

中图分类号 TH132

Abstract According to the theory of cycloidal pin gear drive, a method of tooth profile optimization based on pressure angle was proposed. The cycloidal pin gear tooth profile was divided into working section and non-working section. The factors that affected the pressure angle of the working section were modification parameters and design parameters. The influence of the two types of parameters on the pressure angle was discussed. With the two types of parameters as design variables and the average pressure angle of the working section as the objective function, the cycloidal gear of RV-550E reducer was optimally designed by determining the boundary conditions from the requirements of motion and lubrication. The results show that this method reduces the average pressure angle of the working section of the example by 4.14%, the maximum value of the pressure angle in the single tooth meshing process by 1.35%, the maximum Mises stress of the contact tooth pair before and after optimization by 20.77%, the occurrence position is transferred from the cycloidal gear to the pin gear, and the model mass reduces by 9.38%, which can ensure that there is no undercut phenomenon and obtain a good combined modify effect.

Key words Cycloid pin gear; Pressure angle; Optimization of tooth profile curve; Genetic algorithm; RV reducer; Finite element analysis

Corresponding author: DONG HaoNan, E-mail: dnf106860@sina.com

Manuscript received 20220920, in revised form 20221020.

0 引言

随着制造业自动化水平的不断提高,工业机器人逐渐在制造业占据重要地位^[1],而目前国产的工业机器人性能与国外仍有较大差距,根本原因在于其关节减速器的性能。在机器人关节用减速器中,RV 减速器凭借其体积小、质量轻、高减速比、高精度的特点,广泛应用于机器人的腰部、大臂等频繁正反转、中等冲击

及重载场合^[2]。RV 减速器性能受第一级渐开线行星减速级与第二级摆线针轮传动共同影响,其中摆线针轮传动对整机性能起着决定性作用^[3-4]。

李力行等^[5]制定了摆线轮齿形修正量的规范,首先推导了修形后的摆线传动方程;陆龙生等^[6]提出了补偿弹性变形的摆线轮齿廓修形方法,以等距-移距的组合方法计入轮齿与针齿传动中产生的弹性变形,从而实现了 RV 减速器回差的优化。TALDENKO Y

^{*} 20220920 收到初稿,20221020 收到修改稿。

^{**} 李有堂,男,1963 年生,甘肃定西人,汉族,兰州理工大学机电工程学院教授,博士,博士研究生导师,主要研究方向为裂纹加工理论与应用、抗疲劳设计、产品创新设计等。

^{***} 董浩楠,男,1997 年生,陕西蓝田人,汉族,兰州理工大学硕士研究生,主要研究方向为工业机器人用精密减速器。

$K^{[7]}$ 建立了摆线行星传动的数学模型,以解析法对齿廓方程和受力方程进行了计算,分析了摆线轮上的载荷和应力分布,对设计参数进行了优化设计。梁凯翔等^[8]以体积、质量和效率为目标函数,将多个目标函数综合为一个目标函数,建立了摆线针轮减速器多目标优化模型,取得了良好的优化效果。缪嘉成等^[9]解决多目标混合整数非线性规划问题,提出了混合种群的二代遗传算法,利用熵权法对 Pareto 解集选优。肖望强等^[10]设计了在工作齿面采用大压力角,在非工作齿面采用标准压力角的双压力角弧齿锥齿轮。祝蕴龙等^[11]基于 Adams,从减速器动态特性出发研究不同压力角对系统振动的影响。石万凯等^[12]采用几何特性可调性强的复合摆线作为内齿廓,按照少齿差运动规律,建立啮合方程与共轭齿廓方程,并推导了齿轮副的啮合线、重合度、啮合界限、根切条件,分析了齿轮副诱导法曲率、压力角,以及齿形调节系数对齿轮压力角的影响

现有研究中缺少从改善传动压力角出发的摆线轮齿廓优化。鉴于此,本文提出一种基于压力角的摆线轮齿廓优化方法,将 RV 传动的摆线轮齿廓区分为工作段与非工作段,综合考虑摆线针轮各项修形参数与设计参数对传动压力角的影响作用,利用非支配排序遗传算法 (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm, NSGA),以 RV-550E 型减速器摆线轮为例进行优化设计,获得了性能更优的齿廓曲线。

1 RV 传动理论

1.1 摆线针轮标准齿廓方程

根据内切外滚法的摆线齿廓曲线成形原理,如图 1 所示,将坐标系固结于摆线轮本体几何中心 O_c ,记摆线轮自转角为 ψ ,当圆心为 O_p 的动圆套在圆心为 O_c 的基圆上作纯滚动运动时,获得动圆上一点 B 的运动轨迹 $\widehat{B_1B_3}$ 为外摆线,曲线 $\widehat{M_1M_3}$ 为 $\widehat{B_1B_3}$ 的短幅外摆线,实际齿廓 $\widehat{N_1N_3}$ 曲线为此短幅外摆线的等距曲线, P 为节点,摆线轮标准廓线即 O_cT 的矢矢,记 O_cT 、 O_cM 、 O_pM 、 O_pO_c 和 MT 位矢分别为 a 、 b 、 c 、 d 和 e 由几何关系可得

$$b = c - d \quad (1)$$

$$a = b + e \quad (2)$$

联立式(1)、式(2)可得

$$a = c - d + e \quad (3)$$

将式(1)写成参数方程形式,即

$$\begin{cases} x_0 = r_p \left[\sin(\varphi/z_p) - \frac{K}{z_p} \sin \varphi \right] \\ y_0 = r_p \left[\cos(\varphi/z_p) - \frac{K}{z_p} \cos \varphi \right] \end{cases} \quad (4)$$

则式(3)的参数方程形式为

$$\begin{cases} x = [r_p - r_{tp}S^{-1/2}] \sin[(1-i)\varphi] + \frac{e}{r_p} [r_p - z_p r_{tp}S^{-1/2}] \sin(i\varphi) \\ y = [r_p - r_{tp}S^{-1/2}] \cos[(1-i)\varphi] - \frac{e}{r_p} [r_p - z_p r_{tp}S^{-1/2}] \cos(i\varphi) \end{cases} \quad (5)$$

式中, φ 为转臂相对于某一针齿中心矢径的转角,即摆线轮相角; r_p 为针轮分布圆半径; r_{tp} 为针齿半径; z_p 为针齿齿数; i 为相对传动比, $i = z_p/z_c$; z_c 为摆线轮齿数; e 为偏心距; $S = 1 + K^2 - 2K \cos \varphi$, K 为摆线轮短幅系数, $K = ez_p/r_p$ 。

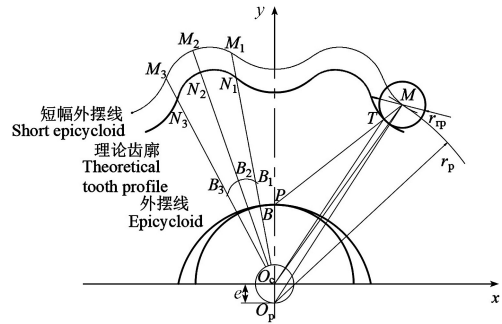


图1 摆线轮齿廓方程推导图

Fig. 1 Derivation diagram of cycloid gear tooth profile equation

1.2 齿廓形状的影响因素分析

1.2.1 修形量影响

假设摆线轮不发生弹性变形并以理论齿廓传动时,啮合过程在任一时刻不存在齿侧间隙,齿根与齿顶无润滑空间且无法补偿误差,故必须对摆线轮进行修形以保证合理间隙与润滑效果。常用基于展成法的修形方法(图2),其特点如下:

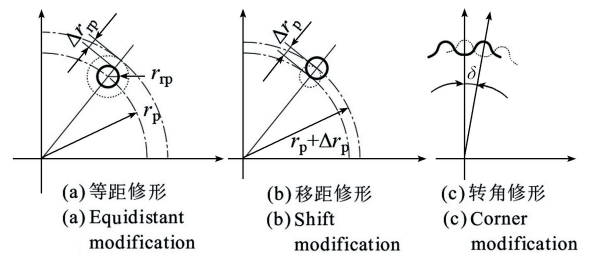


图2 修形原理图

Fig. 2 Schematic diagram of modification

1) 等距修形是将砂轮圆弧半径由 r_{tp} 改变为 $r_{tp} + \Delta r_{tp}$, 从而产生啮合间隙。

2) 移距修形是将砂轮向远离工作台中心移动一个微小距离 Δr_p 使针齿中心圆半径由 r_p 改变为 $r_p + \Delta r_p$, 从而产生啮合间隙,此时的短幅系数为 K' , $K' = ez_p/(r_p + \Delta r_p)$ 。

3) 转角修形是将摆线轮以标准齿廓加工后,将工

作台旋转微小角度 δ , 按照原标准齿廓进行二次切削。此种修形法在减小齿厚的同时仍能保证摆线轮齿与针齿进行共轭啮合, 但齿顶齿根处仍不存在间隙, 不能单独使用。

综上, 则包含上述三种修形的摆线轮齿廓方程为

$$\begin{cases} x = [r_p + \Delta r_p - (r_{rp} + \Delta r_{rp})S^{-1/2}] \times \\ \quad \sin[(1-i)z_p\theta - \delta] + \frac{e}{r_p + \Delta r_p} \times \\ \quad [r_p + \Delta r_p - z_p(r_{rp} + \Delta r_{rp})S^{-1/2}] \sin(iz_p\theta + \delta) \\ y = [r_p + \Delta r_p - (r_{rp} + \Delta r_{rp})S^{-1/2}] \times \\ \quad \cos[(1-i)z_p\theta - \delta] - \frac{e}{r_p + \Delta r_p} \times \\ \quad [r_p + \Delta r_p - z_p(r_{rp} + \Delta r_{rp})S^{-1/2}] \sin(iz_p\theta + \delta) \end{cases} \quad (6)$$

式中, $S = 1 + K'^2 - 2K'\cos\varphi$, $K' = ez_p/(r_p + \Delta r_p)$ 。

由式(6)可知, 影响摆线轮齿廓形状的参数包含其修形参数与设计参数。

1.2.2 设计参数的影响

RV 减速器的设计参数 (e, r_p, r_{rp}, z_p, z_c) 会对齿廓形状产生巨大影响, 设计参数的不同组合构成了不同的短幅系数 K 和针径系数 L , 从而影响了齿廓形状。

1) 短幅系数 K 代表齿廓曲线的外凸内凹的程度。当 K 过大时, 摆线轮齿廓的外凸部分占超过内凹部分占比较多, 从而易发生根切, 此时为了满足不发生根切条件, 则针齿的曲率半径必然减小, 使得啮合处接触应力增大; 当 K 过小时, 摆线轮节圆半径和针轮节圆半径都会显著减小。

2) 针径系数 L 代表针齿在针轮上分布的密集程度, L 越大则针齿在针轮上分布越密集, 反之则越稀疏, 其值由式(7)计算:

$$L = \frac{r_p}{r_{rp}} \sin \frac{\pi}{z_p} \quad (7)$$

2 压力角影响因素分析

2.1 压力角计算与工作段选取

如图3所示, 标准摆线针轮传动齿廓下, 所有啮合针齿对摆线轮齿的作用力都由接触点 T 指向节点 P , 方向与 T 点处公切线垂直, 由于摆线轮对外以自转输出转矩, 则输出接触点 T 此时的瞬时速度 v 垂直于摆线轮几何中心 O_c , 由几何关系可得

$$\alpha = \frac{\pi}{2} + \beta = \frac{\pi}{2} + (\beta_1 - \beta_2) \quad (8)$$

$$\tan \beta_1 = \frac{y_T}{x_T} \quad (9)$$

$$\tan(\beta_2 - \frac{\pi}{2}) = \frac{dy_T}{dx_T} \quad (10)$$

联立式(8)~式(10)可得

$$\alpha = \arctan \frac{y_T}{x_T} - \arctan \frac{dy_T}{dx_T} + \pi \quad (11)$$

由式(11)可知, RV 传动中其压力角完全由摆线轮的实际齿廓确定。

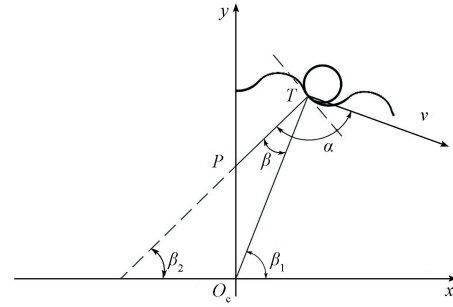


图3 压力角方程推导图

Fig. 3 Derivation diagram of pressure angle equation

将某重型 RV 减速器参数代入式(11), 利用 Matlab 绘制一个周期内的理论压力角变化趋势图, 如图4所示。

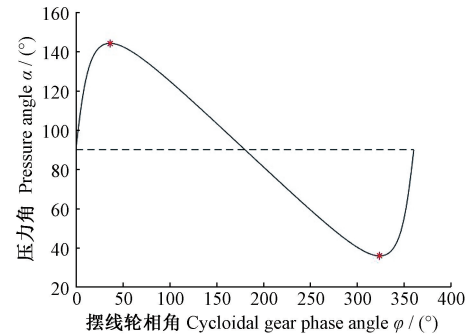


图4 理论齿廓啮合下压力角变化图

Fig. 4 Variation diagram of pressure angle under meshing of theoretical tooth profile

当摆线轮以标准齿廓和保持绝对刚性的理想状态传动时, 在摆线轮公转的一个周期内, 有一半的轮齿处于 $0^\circ < \varphi < 180^\circ$ 区间内, 其压力角均为钝角并产生阻碍运动的合力, 处于 $180^\circ < \varphi < 360^\circ$ 区间的另一半轮齿压力角均为锐角, 产生促进运动的合力。实际应用中, 由于修形作用与弹性变形的存在, 摆线轮齿廓曲线得到微量调整并与针轮不再处于啮合状态, 从而位于 $0^\circ < \varphi < 180^\circ$ 区间内所有压力角均为钝角的针齿与摆线轮齿将不接触, 本文后续讨论中不再关注, 部分位于 $180^\circ < \varphi < 360^\circ$ 区间的接触齿对也会因为弹性变形的作用而不接触, 因此实际起传动作用的摆线轮齿应处于 $180^\circ < \varphi < 360^\circ$ 区间内的某个子区间内, 记此区间为 η , 啮入啮出点对应摆线轮相角为 φ_B 与 φ_C , 则 $\eta = \varphi_B - \varphi_C$ 。

为便于计算工作区段,将位于摆线轮相角 $180^\circ < \varphi < 360^\circ$ 区间内的所有啮合齿接触点旋转到同一个轮齿上进行分析与计算,则此时摆线轮相角内所有啮合齿的接触点旋转到单个齿上形成单齿的工作区段,则 $\eta = \varphi_B - \varphi_C$, 其值可由式(12)初步估算为

$$\eta = \frac{t_w}{z_p/2} \quad (12)$$

式中, t_w 为期望啮合齿数。

非工作段采用三次样条拟合的方法来进一步扩大径向间隙,以进一步提高摆线针轮副的润滑性能^[13], 本文不再赘述。

2.2 参数对压力角曲线的影响分析

以 RV-550E 型减速器基本参数绘制图形,研究各个变量对压力角的影响作用。

2.2.1 等距修形量

如图5所示,分别选取不同等距修形量 Δr_p 为 -0.2 、 -0.1 、 0 、 0.1 、 0.2 mm。

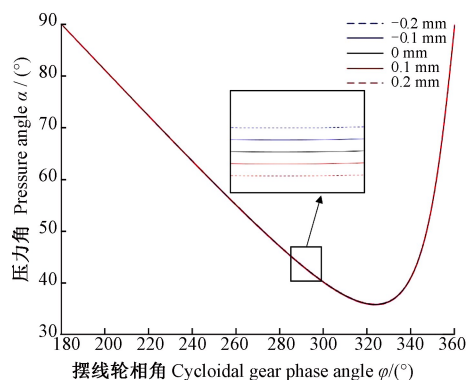


图5 等距修形量对压力角的影响

Fig. 5 Influence of isometric modification on pressure angle

由于等距修形会产生等距于标准齿廓的等距曲线,其不同修形量对压力角分布的影响较移距修形更为均匀,呈现出比较规则的间隔距离。负等距修形量使压力角增大,正等距修形量使压力角减小,因此适当提高正等距量有利于压力角的减小。

2.2.2 移距修形量

如图6所示,分别选取不同移距修形量 Δr_p 为 -0.2 、 -0.1 、 0 、 0.1 、 0.2 mm。

当摆线轮相角位于 $180^\circ < \varphi < 270^\circ$ 时,负移距修形量对力角有微小的减小作用,正移距修形量对压力角有微小的增大作用,而当摆线轮相角位于 $270^\circ < \varphi < 360^\circ$ 时,负移距修形量对压力角有微小的增大作用,正移距修形量对压力角有减小作用,但同样作用效果更为微小,因此负移距较正移距修形量对压力角的影响作用略大,不同型号 RV 减速器的实际工作区间确定后可根据此规律选取适当正/负修形量实现其传动平均压力角的降低。

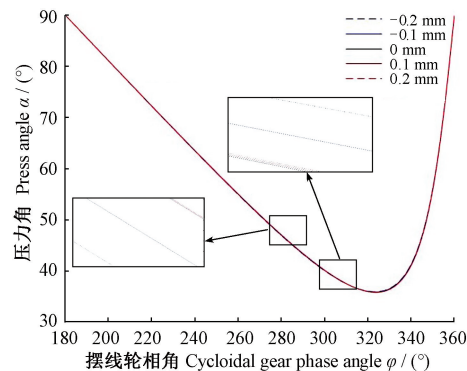


图6 移距修形量对压力角的影响

Fig. 6 Influence of displacement modification on pressure angle

2.2.3 转角修形量

如图7所示,分别选取不同转角修形量 δ 为 -0.2° 、 -0.1° 、 0° 、 0.1° 、 0.2° 。

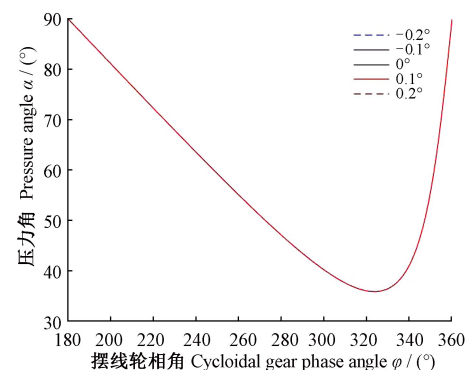


图7 转角修形量对压力角的影响

Fig. 7 Influence of corner modification on the pressure angle

由于经过转角修形的摆线轮齿廓仍满足共轭啮合,因此其工作段的传力性能与标准齿廓理论上完全相同,故理论上转角修形量对压力角的变化规律无影响。在实际应用中,过大的转角修形量意味着齿厚的过度减小,使得轮齿啮合刚度下降并放大弹性变形对传动影响的效果,从而影响摆线针轮的啮合刚度,因此实际工作中的转角修形量也会对压力角变化规律产生可忽略的微量影响。

2.2.4 短幅系数

如图8所示,根据文献[14]¹⁷⁻¹⁸、文献[15]⁵³⁹⁻⁵⁴⁵,选取短幅系数分别为 0.78 、 0.79 、 0.80 、 0.81 、 0.82 。

短幅系数 K 的微小变化会极大地影响传动压力角的变化,压力角的变化幅度将随短幅系数的增大迅速减小,且其影响程度远大于前三种修形量产生的压力角变化,短幅系数越小,则压力角均值越小,因此合理选择构成短幅系数的三个设计参数 e 、 z_p 、 r_p 是优化传动压力角的关键。

2.2.5 针径系数

如图9所示,根据文献[14]¹⁸⁻¹⁹的推荐值选取针径系数分别为 1.0 、 1.5 、 2.0 、 2.5 、 3.0 。

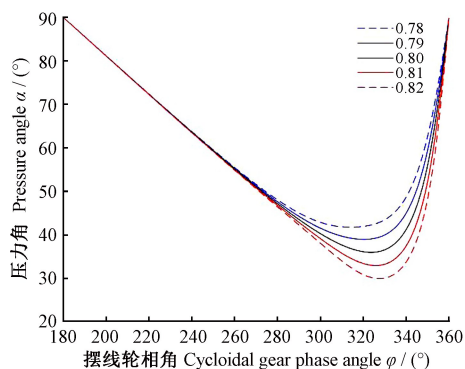


图 8 短幅系数对压力角的影响

Fig. 8 Influence of short amplitude coefficient on pressure angle

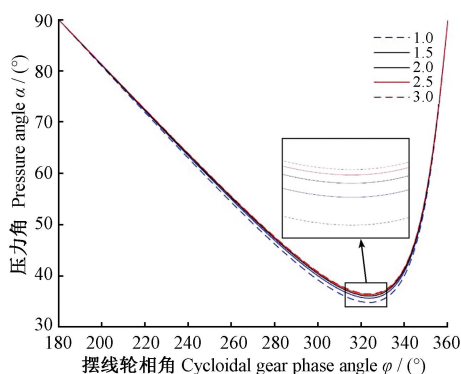


图 9 针径系数对压力角的影响

Fig. 9 Influence of pin diameter coefficient on the pressure angle

针径系数的变化会较大地引起传动压力角的变化,压力角的均值将随着针径系数的增大而增大,且其影响程度大于三种修形量产生的压力角变化,因此构成短幅系数的三个针轮分布圆半径 r_p 、针齿半径 r_{tp} 、针齿齿数 z_p 也会对压力角有较大的影响。

综上,摆线轮的修形参数中的移距量、等距修形量以及所有设计参数都会影响其传动压力角的变化,其中修形参数较设计参数对压力角的变化影响微小,设计中可以适当忽略,本文计入优化设计考虑。

3 摆线轮齿廓形状优化

3.1 遗传算法优化

NSGA 是一种模拟自然进化的随机化搜索方法,其本身是直接对结构对象操作以概率化的寻优方式,自适应地对全局寻优。本文基于 Matlab 利用遗传算法对影响摆线轮压力角变化的参数进行寻优,以减小摆线针轮传动平均压力角为优化目标,旨在使摆线针轮传动达到更优的性能。

3.1.1 设计变量

在摆线针轮传动的设计中通常根据要设计的 RV 减速器类型确定其传动比,再进行其他参数的范围限定,因此直接选定针齿齿数 z_p , 由于本文讨论的是齿差摆线针轮传动,则摆线轮齿数 z_c 也直接确定,即

$z_c = z_p - 1$, 结合前文已讨论的齿廓形状影响因素,确定设计变量为

$$\mathbf{X} = [\Delta r_p \quad \Delta r_{tp} \quad e \quad r_p \quad r_{tp}]^T \quad (13)$$

3.1.2 约束条件

从满足润滑的最小间隙与最小等距、转角修形量给出修形参数约束^[16];根据文献^[11]⁷⁻¹¹中摆线行星传动设计推荐值,得到短幅系数、针径系数的约束条件,以及考虑重型 RV 减速器结构强度的针齿分布圆半径 r_p 范围,综合约束条件为

$$\begin{cases} \Delta r = \Delta r_{tp} - \Delta r_p \\ 0.01 < |\Delta r| < 0.1 \\ |\Delta r_{tp}| < 0.2 \\ 0.75 < K_1 < 0.9 \\ 0.99 < K_2 < 1.5 \\ 155 < r_p < 170 \end{cases} \quad (14)$$

式中, Δr 为径向间隙。

3.1.3 目标函数

实际工作中只有齿廓曲线的工作区段实际参与传动,因此目标函数只对工作段进行研究。摆线针轮传动不同于渐开线圆柱齿轮传动具有恒定不变的压力角值(一般恒为 20°),考虑到本方法旨在反映对 RV 传动压力角的总体优化效果,则以摆线针轮传动中的工作区段平均压力角值为优化目标函数,表达式为

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{\varphi_B - \varphi_C} \int_{\varphi_C}^{\varphi_B} \alpha d\varphi \quad (15)$$

式中, φ_B 、 φ_C 分别为摆线针轮啮出、啮入处对应的摆线轮相角。

3.1.4 优化算法

编写 Matlab 程序,算法流程如图 10 所示。

3.2 根切检验

根切现象会产生大量噪声与不平稳现象,影响传动精度^[15]⁵³⁹⁻⁵⁴⁵。在摆线轮加工中无论采取何种齿廓形状都应确保其齿廓与针齿啮合时不发生根切出现尖角现象,从而使传动不发生干涉,因此应对优化后的齿廓进行根切检验。

由参数方程形式的曲率半径定义可得

$$\rho_0 = \left[\left(\frac{dx_0}{d\varphi} \right)^2 + \left(\frac{dy_0}{d\varphi} \right)^2 \right] / \left(\frac{dx_0}{d\varphi} \frac{d^2 y_0}{d\varphi^2} - \frac{d^2 x_0}{d\varphi^2} \frac{dy_0}{d\varphi} \right) \quad (16)$$

式中, ρ_0 为摆线轮齿廓理论曲率半径。

将式(5)代入式(16)计算得到

$$\rho_0 = r_p (1 + K^2 - 2K \cos \varphi)^{3/2} / [K(z_p + 1) \cos \varphi - (z_p K^2 + 1)] \quad (17)$$

当 $K \leq \frac{z_p - 2}{2z_p - 1}$ 时, ρ_0 在 $\varphi = 180^\circ$ 处达到最小值,

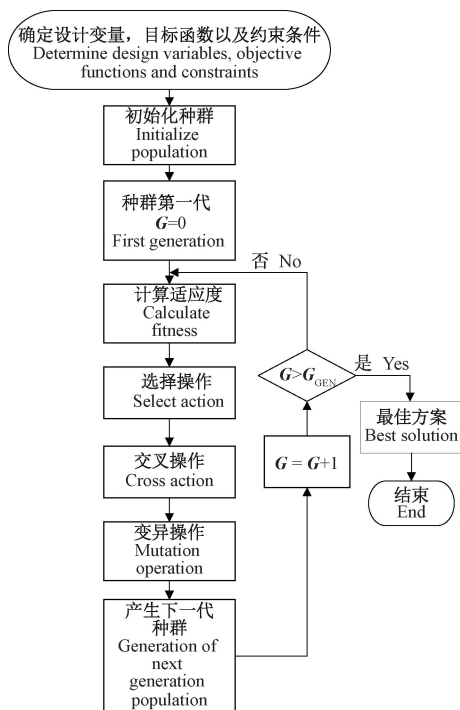


图 10 遗传算法流程图

Fig. 10 Flow chart of genetic algorithm

代入式(17)则有

$$|\rho_0|_{\min} = \frac{r_p(1+K)^2}{z_p K + 1} \quad (18)$$

当 $\frac{z_p - 2}{2z_p - 1} \leq K \leq 1$ 时, ρ_0 在

$$\varphi = \arccos \frac{K^2(2z_p - 1) - (z_p - 2)}{K(z_p + 1)} \quad (19)$$

处达到最小值,代入式(17)则有

$$|\rho_0|_{\min} = r_p \sqrt{\frac{27(1-K^2)(z_p - 1)}{(z_p + 1)^3}} \quad (20)$$

当 $r_{tp} > |\rho_0|$ 时理论齿廓在该处的等距曲线变为交叉齿廓,无法实现正确等距曲线,从而产生了根切现象,为避免此现象,应确保 $r_{tp} < |\rho_0|_{\min}$ 。

4 实例

4.1 RV 减速器原理

RV 减速器由两级减速装置构成,第一级为渐开线行星轮传动,第二级为摆线针轮传动,结构简图如图 11 所示。其动力传递过程为:输入轴 4 驱动太阳轮转动,驱动行星轮 2 转动,行星轮绕太阳轮的公转运动通过曲柄轴 3 传递到摆线轮 5 使其产生公转,摆线轮的公转运动使之不断与针齿壳(机架)上的针齿 1 啮合而产生自转运动,此运动驱动输出法兰盘(行星架)6 实现动力输出。

4.2 实例参数

RV-550E 是 RV 经典系列中额定转矩最高的重型

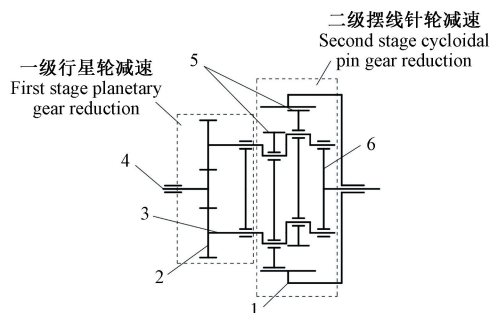


图 11 RV 减速器传动原理

Fig. 11 Transmission principle of RV reducer

减速器,具有承载能力大,减速比大,以及质量与体积远小于同额定功率的多级行星减速器的优点。其结构参数如表 1 所示。

表 1 RV-550E 型减速器参数

Tab. 1 RV-550E reducer parameter

参数 Parameter	数值 value
针齿分布圆半径 Pin tooth distribution circle radius r_p /mm	165
针齿半径 Pin tooth radius r_{tp} /mm	5
摆线轮偏心距 Cycloidal gear eccentricity e /mm	2.2
针轮齿数 Number of pin gear teeth	60
短幅系数 Short coefficient K	0.8

4.3 结果分析

4.3.1 迭代结果

通过 Matlab 编程,以遗传算法对最佳设计参数进行寻优,算法设置如下:种群大小 $N = 50$, 迭代次数 $n = 100$, 交叉率为 0.8, 变异率为 0.2, 得到迭代进化图(图 12), 迭代开始后其适应度值迅速减少并于 14 代后收敛。得到最终优化方案后对部分数据进行圆整如表 2 所示。

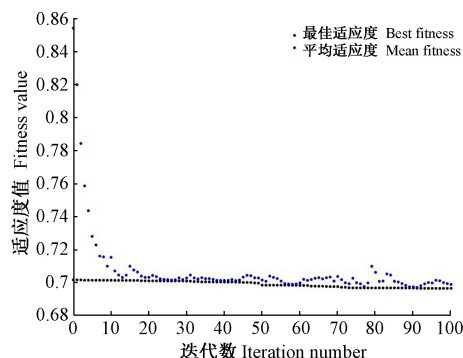


图 12 遗传算法迭代图

Fig. 12 Iterative graph of genetic algorithm

4.3.2 优化前后工作段平均压力角计算

传动中修形量与实际负载的不同会使得实际啮合齿数有部分变动,即工作区段的变动,精确地同时啮合齿数一般用有限元方法求解。初定 RV-550E 型摆线针轮副啮合齿数为 $t_w = 20$, 由式(12)可得 $\eta = 120^\circ = \varphi_{C_1} - \varphi_{B_1}$, 为使轮齿啮入点与啮出点对应压力角值相

同,则 $\alpha = f(\varphi_{C_1}) = f(\varphi_{B_1})$ 。将其代入式(11)求解可得,啮入点 $\varphi_{B_1} = 233.7^\circ$ 、啮出点 $\varphi_{C_1} = 353.7^\circ$,代入式(15)计算优化前工作段平均压力角为 47.39° 。将表2优化后的数据重复上述计算过程,得到啮入点 $\varphi_{B_2} = 234.6^\circ$,啮出点 $\varphi_{C_2} = 354.6^\circ$,将其代入式(16)计算优化后工作段平均压力角为 45.43° ,较优化前降低了4.14%。根据计算结果绘制如图13的优化前后压力角变化图。由图13可知,单齿啮合过程中的压力角优化显著。

表 2 优化参数
Tab. 2 Optimization parameter

参数 Parameter	优化值 Optimization value	圆整值 Rounding value
针齿分布圆半径 Pin tooth distribution circle radius r_p/mm	163.088	163
针齿半径 Pin tooth radius r_{rp}/mm	4.731	4.8
摆线轮偏心距 Cycloidal gear eccentricity e/mm	2.242	2.25
等距修形量 Isometric modification amount $\Delta r_{rp}/\text{mm}$	0.126	
移距修形量 Shift modification amount $\Delta r_p/\text{mm}$	0.047	

4.3.3 优化前后的啮合压力角最大值对比

由图13可知,单齿的啮入点B、啮出点C对应的压力角值即为传动过程中的压力角峰值处,其值从优化前的 66.32° 降低到优化后的 65.42° ,降低了1.35%。

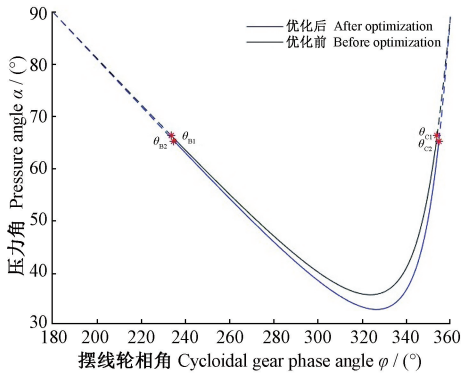


图 13 优化前后压力角对比图
Fig. 13 Comparison diagram of optimized pressure angle

4.3.4 修形作用下的优化齿廓曲线对比

绘制RV传动的摆线轮齿廓图像,对比优化后的摆线轮理论齿廓与修形齿廓如图14所示,优化齿廓与

其理论齿廓的逼近程度良好且留有满足润滑要求的齿侧间隙与径向间隙。

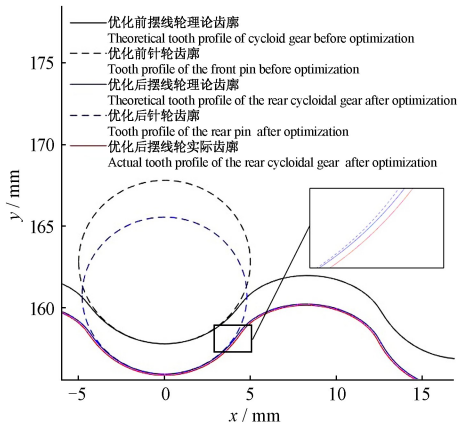


图 14 优化前后齿廓对比图
Fig. 14 Comparison diagram of tooth profile before and after optimization

4.3.5 根切检验

将表2数值代入式(20)进行检验,结果表明,优化后齿廓满足不发生根切条件 $r_{rp} < |\rho_0|_{\min}$,故此优化齿廓可正确使用。

5 有限元接触分析

对RV-550E型的摆线针轮传动进行有限元分析时,模型的简化与网格的划分方式会极大地影响最终的计算精度,为得到较为准确的计算结果,本文采用SolidWorks+Hypermesh+Abaqus软件进行联合仿真,分别从建模、网格划分和有限元计算三方面提高计算精度。

5.1 三维模型

在SolidWorks中使用方程驱动的曲线功能对优化前后的摆线针轮机构进行参数化建模,将模型进行适当简化,去除定位孔、螺纹孔、倒角和凹槽等非必要特征并将针齿与针齿壳合并为整体,由于两片摆线轮空间位置呈180°相位差布置,具有对称性,故保留单片摆线轮进行分析即可。

5.2 网格划分

模型网格的划分质量与密集度直接影响迭代结果的收敛性与精度,Abaqus自带的网格划分功能对于复杂模型的处理略有不足。本文采用专用网格划分软件Hypermesh对模型划分质量优良的网格。为充分利用计算机算力,仅对摆线轮齿与针齿的接触侧进行局部网格细化,划分精细的C3D8四面体单元,非接触侧划分粗糙的C3D6楔形单元即可。统计优化前的机构网格总数为112 404个,节点总数为211 984个,优化后机构网格总数为94 265个,节点总数为193 608个。将Hypermesh的hm文件保存为inp文件后导入Abaqus模型树中,得到图15所示的网格布置。

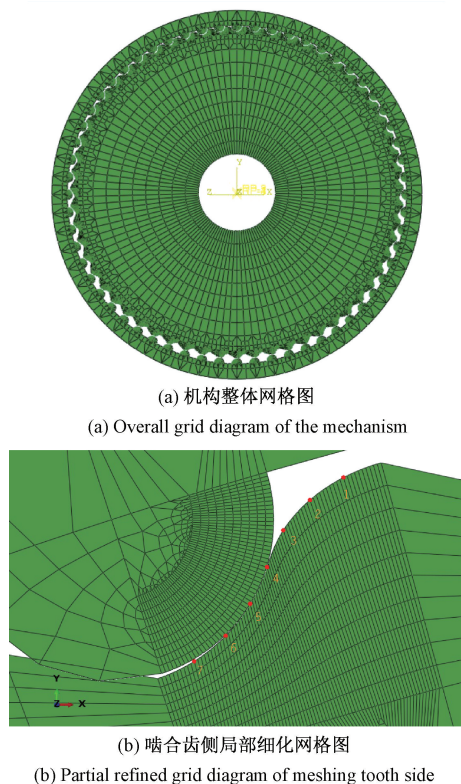


图 15 摆线针轮网格图

Fig. 15 Mesh diagram of cycloidal pin gear

5.3 材料属性赋予与分析步设置

在属性模块输入 GCR15 的相关材料属性,并赋予此模型。建立静力通用分析步,打开几何大变形开关,设置分析步总时间为 0.11 s,总输出帧数为 88 帧。

5.4 相互作用

设置接触对时一般选择结构刚度较大、网格略为粗糙或面积较大的面为主面,选择针齿表面为接触主面,摆线轮齿表面为接触从面。由于针齿由针齿销和套筒组成,故摆线齿与套筒接触的摩擦类型可视为滚动摩擦,选择切向行为为罚函数,选择摩擦因数为 0.1 即可(也可设置为 0,不合适的摩擦参数很可能会造成迭代过程的收敛困难),法向行为为硬接触,建立表面对表面的接触属性。

5.5 边界条件

采用摆线轮公转,针齿壳自转输出转矩的传动方式。释放针齿壳沿全局坐标系下的 z 方向的自转自由度,释放摆线针轮沿全局坐标系下沿着 x 与 y 方向的平动自由度。将单片摆线轮的负载转矩以平滑加载的方式添加在针轮上,使负载在 0.01 s 内完全增长至设定的工作负载,负载转矩方向与针轮自转方向相反,与摆线轮公转方向相同。

5.6 有限元结果分析

提交分析作业进行计算,结束后提取摆线轮与针轮的旋转角位移如图 16 所示,在 0.01~0.11 s 内摆线

轮公转角位移增量为针轮自转角位移增量绝对值的 60 倍,符合传动比,则边界条件正确。

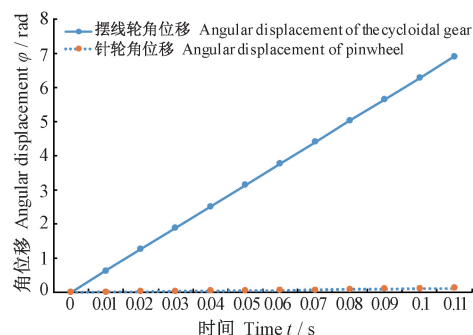


图 16 角位移对比图

Fig. 16 Comparison diagram of the angular displacement

分别选取模型工作载荷为 1 000、2 000、3 000、4 000 N·m,在仿真末时刻处提取各接触齿对的最大 Mises 应力值如图 17 所示,传动的同时啮合齿数随着负载转矩增大从 11 齿增加至 23 齿,达到更高的重合度可以提升传动平稳性,但也会降低传动效率。同时,随着负载转矩的增大,各接触齿对的最大 Mises 应力呈增大趋势,故机构的工作负载对其接触齿对应力的大小和分布情况影响很大。

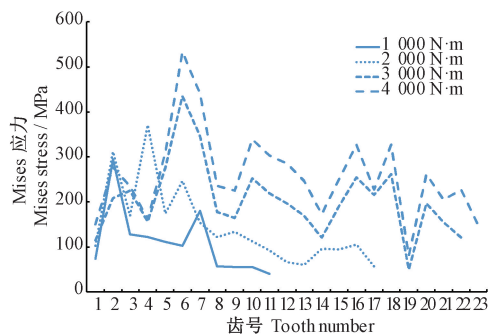


图 17 不同工作载荷的摆线针轮接触齿对 Mises 应力比较

Fig. 17 Mises stress comparison of cycloidal pin gear contact teeth under different working loads

本文方法旨在保持工作载荷不变的条件下,通过优化摆线针轮传动的平均压力角,从而使得分配到各接触齿齿面上的法向作用力减小,提高各个接触齿提供工作转矩的有效分量,从而减小其 Mises 应力大小并改善其应力分布情况。设置该减速器在单片摆线轮下所允许的最大负载转矩为 6 050 N·m,仿真结束后分别提取此过程中各零件 Mises 应力值最大时刻处云图(图 18)。由图 18 可知,最大负载工况下优化前的同时啮合齿数为 25,优化后仍为 25,优化前的接触齿对在第 6 个处应力值达到最大,优化后的接触齿对在第 8 个处应力值达到最大。模型中的摆线轮最大 Mises 应力值由 1 259.4 MPa 下降为 733.84 MPa,针轮的最大 Mises 应力值由 758.1 MPa 上升为 997.6 MPa,对于实际应用中的摆

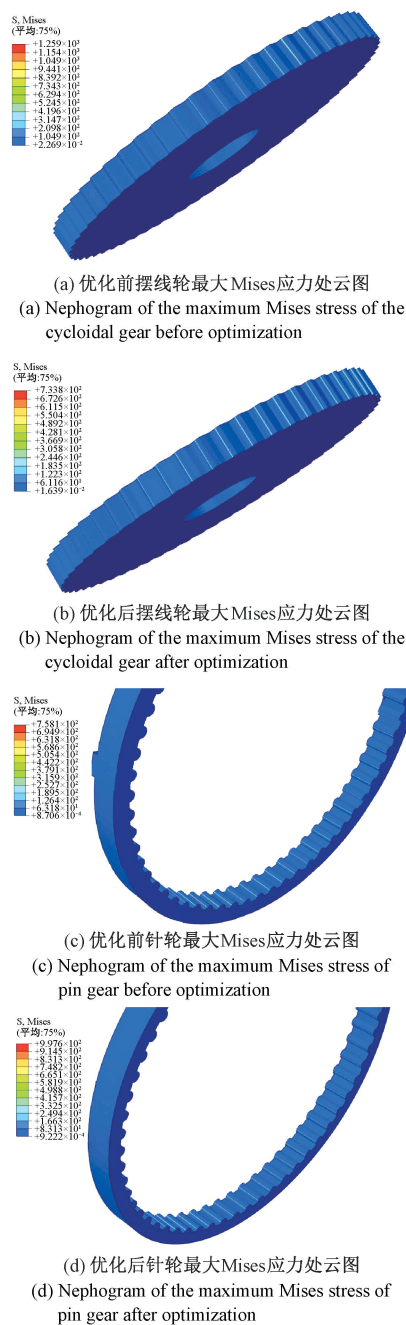


图 18 模型最大 Mises 应力云图

Fig. 18 Nephogram of the maximum Mises stress of the model

线针轮传动,针轮上的针齿采用半埋式装配,针轮的结构刚度远大于摆线轮的结构刚度,针轮结构的最大 Mises 应力值的变化不会过度影响传动性能,故更应关注摆线轮优化前后应力的变化与分布情况。图 19 为优化前后的机构接触齿对最大 Mises 云图。由图 19 可知,优化前后接触对最大应力 Mises 下降了 20.77%,优化前的最大应力出现在摆线轮上,而优化后将最大应力位置转移到了结构刚性较大的针轮上,改善了模型整体的应力分布情况。

对摆线轮任一齿的齿廓线上的节点等间距取 7 点并编号,分布如图 15 所示。该齿从啮入到啮出过程中 7 个节点处的 Mises 应力值的变化情况如图 20 所示。

由图 20 可知,各节点应力均有不同程度的下降,靠近最大应力处的节点优化效果较其他节点更为明显,单齿啮合过程中应力分布更加均匀平缓。

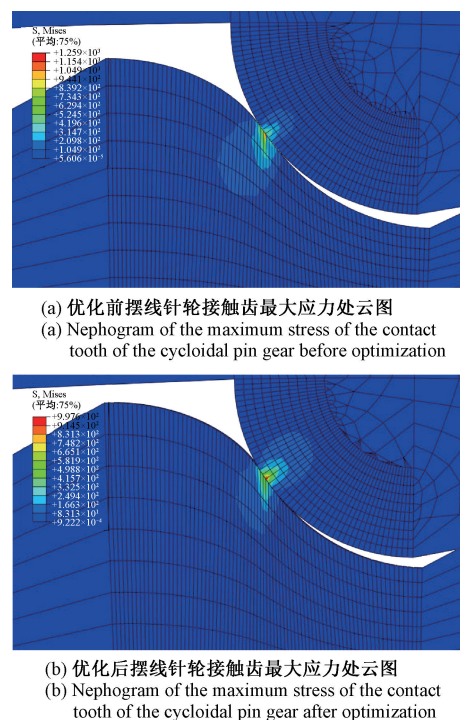


图 19 接触齿最大应力处云图

Fig. 19 Nephogram of the maximum stress of the contact tooth

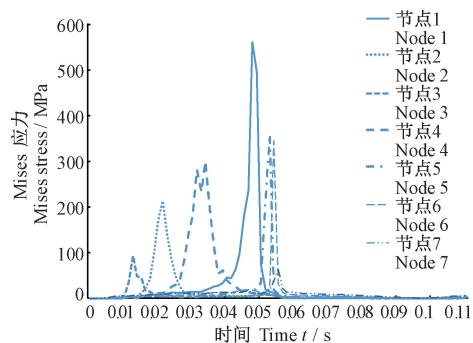


图 20 节点 Mises 应力变化图

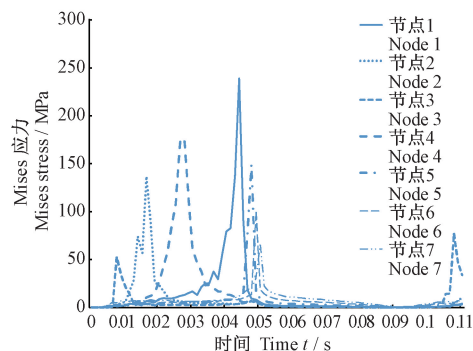


图 20 节点 Mises 应力变化图

Fig. 20 Change diagram of Mises stress at the node

5.7 质量优化结果

进入 Abaqus 的 Query information 模块对优化前后的模型进行质量统计, 优化前后简化模型质量分为 19.2 kg 与 17.4 kg, 则在负载不变的情况下, 优化后的模型质量减小了 9.38%, 大大降低模型整体质量。鉴于此简化模型的螺纹孔、倒角等非必要特征和油液存放问题, 实际质量优化值应小于此值。

6 结论

本文提出一种基于摆线针轮传动的压力角的新型齿廓曲线优化方法, 并以有限元方法验证其准确性, 得到主要结论如下:

1) 以矢量法推导摆线针轮修形传动方程与压力角计算方程, 将摆线轮齿廓曲线区分为工作段与非工作段。分析确定了影响摆线针轮传动压力角变化的各种参数及其对传动压力角的影响效果。

2) 结合各参数对压力角变化影响的分析结果, 确定相关参数为设计变量, 根据传动要求给出约束条件, 以工作段平均压力角为目标函数利用遗传算法对摆线轮齿廓曲线进行优化设计。

3) 以 RV-550E 型减速器为实例优化, 结果表明, 优化后的齿廓曲线中单齿工作段平均压力角减小了 4.14%, 单齿工作段压力角最大值减小了 1.35%, 且此优化齿廓与其理论齿廓的逼近程度良好。利用有限元模型进行分析验证, 结果表明此方法使优化前后 RV 模型的接触齿对最大 Mises 值下降了 20.8%, 将最大应力位置转移到了针轮, 改善了应力分布情况, 且优化前后模型总质量下降了 9.38%。

参考文献 (References)

- [1] CHEN B K, ZHONG H, LIU J Y, et al. Generation and investigation of a new cycloid drive with double contact [J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 49: 270-283.
- [2] 乔雪涛, 张力斌, 闫存富, 等. 我国工业机器人 RV 减速器发展现状分析[J]. 机械强度, 2019, 41(6): 1486-1492.
QIAO XueTao, ZHANG LiBin, YAN CunFu, et al. Analysis on development status of RV reducer used in industrial robot in China [J]. Journal of Mechanical Strength, 2019, 41(6): 1486-1492 (In Chinese).
- [3] HE W D, SHAN L J. Research and analysis on transmission error of RV reducer used in robot [J]. Mechanisms and Machine Science, 2015, 33: 231-238.
- [4] WANG J, LUO S M, SU D Y. Multi-objective optimal design of cycloid speed reducer based on genetic algorithm [J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 102: 135-148.
- [5] 李力行, 洪淳赫. 摆线针轮行星传动中, 通用的摆线轮齿形方程式[J]. 齿轮, 1980, 4(2): 25-26.
LI LiXing, HONG ChunHe. In cycloidal pin gear planetary transmission, the general cycloidal gear tooth profile equation [J]. Journal of Gear, 1980, 4(2): 25-26 (In Chinese).
- [6] 陆龙生, 张飞翔, 万珍平, 等. 基于回差优化的 RV 减速器摆线轮齿廓修形[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2018, 46(9): 1-8.
LU LongSheng, ZHANG FeiXiang, WANG ZhenPing, et al. Cycloidal gear tooth profile modification of RV reducer based on backlash optimization [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2018, 46(9): 1-8 (In Chinese).
- [7] TALDENKO Y K. Mathematical model of planetary roller-tooth reduction gears [J]. Chemical and Petroleum Engineering, 1994, 30(4): 145-153.
- [8] 梁凯翔, 王忠素, 田士涛, 等. 摆线针轮行星减速器优化设计和仿真分析[J]. 机械传动, 2017, 41(3): 155-159.
LIANG KaiXiang, WANG ZhongSu, TIAN ShiTao, et al. Optimization design and simulation analysis of cycloid pin gear planetary reducer [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2017, 41(3): 155-159 (In Chinese).
- [9] 缪嘉成, 李朝阳, 陈兵奎. 结合 Kriging 与改进 NSGA-II 的 RV 减速器优化[J]. 重庆大学学报, 2021, 44(2): 65-78.
MIAO JiaCheng, LI ChaoYang, CHEN BingKui. Optimization of an RV reducer by integrating Kriging with improved NSGA-II [J]. Journal of Chongqing University, 2021, 44(2): 65-78 (In Chinese).
- [10] 肖望强, 李威. 基于双压力角轻量化设计的弧齿锥齿轮接触应力分析与试验[J]. 机械工程学报, 2015, 51(23): 68-75.
XIAO WangQiang, LI Wei. Analysis and experiment of contact stress for spiral bevel gear based on lightweight design of double pressure angles [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(23): 68-75 (In Chinese).
- [11] 祝蕴龙, 徐劲力, 韩少军, 等. 基于 Adams 的主减速器齿轮压力角优化研究[J]. 机械传动, 2016, 40(3): 7-11.
ZHU YunLong, XU JinLi, HAN ShaoJun, et al. Research of the pressure angle optimization of main reducer gear based on Adams [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2016, 40(3): 7-11 (In Chinese).
- [12] 石万凯, 徐浪, 韩振华, 等. 复合摆线少齿差行星传动的啮合性能分析[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2017, 45(2): 66-74.
SHI WanKai, XU Lang, HAN ZhenHua, et al. Analysis of meshing properties of composite cycloid planetary driving with small teeth difference [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2017, 45(2): 66-74 (In Chinese).
- [13] 岳朗, 何卫东, 张迎辉. 基于压力角的摆线齿廓修形方法[J]. 机械传动, 2020, 44(1): 35-40.
YUE Lang, HE WeiDong, ZHANG YingHui. Modification method of cycloid tooth profile based on pressure angle [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2020, 44(1): 35-40 (In Chinese).
- [14] 齿轮手册编委会. 齿轮手册[M]. 2版. 北京: 机械工业出版社, 2001: 17-19.
Editorial Committee of Gear Manual. Gear manual [M]. 2nd ed. Beijing: China Machine Press, 2001: 17-19 (In Chinese).
- [15] 秦大同, 谢里阳. 现代机械设计手册(第6卷)[M]. 北京: 化学工业出版社, 2011: 539-545.
QIN DaTong, XIE LiYang. Modern mechanical design manual: Vol. 6 [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2011: 539-545 (In Chinese).
- [16] 秦争争, 汪泉, 赵大兴, 等. 补偿弹性变形的摆线轮齿廓修形方法[J]. 机械强度, 2020, 42(3): 661-666.
QIN ZhengZheng, WANG Quan, ZHAO DaXing, et al. Method for modifying profile of cycloidal wheel considering compensation for elastic deformation [J]. Journal of Mechanical Strength, 2020, 42(3): 661-666 (In Chinese).